

Fractions : opérations

Emilien Suquet, esuquet@automaths.com

Les formules avec les lettres ne sont pas à apprendre par cœur, elles ne sont là que pour vous familiariser avec ce type d'écriture.

ATTENTION

On doit toujours essayer de présenter le résultat d'un calcul fractionnaire sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un entier.

On ne laissera donc pas un résultat sous la forme $\frac{8}{4}$ ou $\frac{15}{25}$ car $\frac{8}{4} = 2$ et $\frac{15}{25} = \frac{5 \times 3}{5 \times 5} = \frac{3}{5}$

I Addition et soustraction de deux fractions...

1) ... de même dénominateur

Pour additionner deux fractions de même dénominateur, on garde le dénominateur et on additionne les numérateurs entre eux.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a + b}{c}$$

$$\frac{2}{4} + \frac{6}{4} = \frac{2+6}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

Pour soustraire deux fractions de même dénominateur, on garde le dénominateur et on soustrait les numérateurs entre eux.

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a - b}{c}$$

$$\frac{11}{15} - \frac{6}{15} = \frac{11-6}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{1}{3}$$

2) ... de dénominateurs différents

On peut additionner ou soustraire deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur mais l'on doit d'abord mettre les deux fractions au même dénominateur.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times d} + \frac{c \times b}{d \times b} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{8} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} + \frac{2}{8} = \frac{6+2}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

$$\frac{2}{5} - \frac{1}{7} = \frac{2 \times 7}{5 \times 7} - \frac{1 \times 5}{7 \times 5} = \frac{14}{35} - \frac{5}{35} = \frac{9}{35}$$

II Multiplication de deux fractions

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les dénominateurs entre eux et on multiplie les numérateurs entre eux.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{6} = \frac{2 \times 3}{5 \times 6} = \frac{6}{30} = \frac{6 \times 1}{6 \times 5} = \frac{1}{5}$$

III Opérations entre une fraction et un nombre

Tous les nombres peuvent s'écrire sous une forme fractionnaire : $n = \frac{n}{1}$

On peut donc additionner, soustraire ou multiplier une fraction avec un nombre :

Addition : $2 + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$ (car $2 = \frac{8}{4}$)

$$\frac{7}{6} + 1 = \frac{7}{6} + \frac{6}{6} = \frac{13}{6}$$
 (car $1 = \frac{6}{6}$)

Soustraction : $5 - \frac{3}{2} = \frac{10}{2} - \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$ (car $5 = \frac{10}{2}$)

$$\frac{8}{3} - 2 = \frac{8}{3} - \frac{6}{3} = \frac{2}{3}$$
 (car $2 = \frac{6}{3}$)

Multiplication : $3 \times \frac{5}{9} = \frac{3}{1} \times \frac{5}{9} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$ (car $3 = \frac{3}{1}$)

$$\frac{4}{5} \times 7 = \frac{4}{5} \times \frac{7}{1} = \frac{28}{5}$$
 (car $7 = \frac{7}{1}$)