

Fractions : comparaison

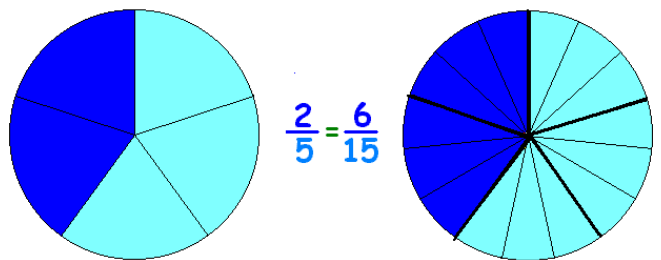
Emilien Suquet, esuquet@automaths.com

I Fractions égales

On ne modifie pas la valeur d'une fraction lorsque l'on multiplie son dénominateur et son numérateur par un même nombre.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

exemple : $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$



En utilisant cette propriété, on peut aussi :

1) Simplifier des fractions d'entiers

$$\frac{15}{20} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{3}{4}, \text{ on dit que } \frac{3}{4} \text{ est une forme simplifiée de } \frac{15}{20}$$

$$\frac{12}{24} = \frac{12 \times 1}{12 \times 2} = \frac{1}{2}, \text{ on dit que } \frac{1}{2} \text{ est une forme simplifiée de } \frac{12}{24}$$

Lorsqu'une fraction d'entiers ne peut plus être simplifiée en une autre fraction d'entiers, on dit qu'elle est irréductible.

exemples : $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{2}$ sont des fractions irréductibles

2) Supprimer les décimaux dans une fraction

$$\frac{1,07}{13} = \frac{1,07 \times 100}{13 \times 100} = \frac{107}{1300}$$

$$\frac{1,084}{2,5} = \frac{1,084 \times 1000}{2,5 \times 1000} = \frac{1084}{2500} = \frac{271}{625}$$

3) Mettre au même dénominateur deux fractions

Mettons $A = \frac{1}{5}$ et $B = \frac{3}{10}$ au même dénominateur : $A = \frac{1 \times 2}{5 \times 2} = \frac{2}{10}$ et $B = \frac{3}{10}$

Mettons $C = \frac{3}{4}$ et $D = \frac{5}{7}$ au même dénominateur : $C = \frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{21}{28}$ et $D = \frac{5 \times 4}{7 \times 4} = \frac{20}{28}$

Mettons $E = \frac{5}{12}$ et $F = \frac{3}{8}$ au même dénominateur : $E = \frac{5 \times 2}{12 \times 2} = \frac{10}{24}$ et $F = \frac{3 \times 3}{8 \times 3} = \frac{9}{24}$

On aurait pu prendre $8 \times 12 = 96$ comme dénominateur commun mais on préfère trouver le plus petit dénominateur commun possible.

II Comparaisons de fractions

Si deux fractions ont le même dénominateur, alors la fraction qui a le plus grand numérateur (respectivement le plus petit) est la plus grande des deux fractions. (respectivement plus petite)

$$\text{si } a < b \text{ alors } \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

exemple : $\frac{3}{5} < \frac{8}{5}$ car $3 < 8$

Remarque :

Pour comparer deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur, il faut d'abord les mettre au même dénominateur puis les comparer en utilisant la propriété précédente.

exemple :

Rangeons les fractions suivantes par ordre décroissant : $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{1}{20}$

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{20} ; \frac{3}{10} = \frac{6}{20} ; \frac{1}{20}$$

$$\frac{8}{20} > \frac{6}{20} > \frac{1}{20}$$

on a donc : $\frac{2}{5} > \frac{3}{10} > \frac{1}{20}$

III Vocabulaire (rappel)

$<$: est strictement plus petit que

$>$: est strictement plus grand que



le plus petit est à gauche



le plus grand est à gauche

\leq : est plus petit que ou égal à

\geq : est plus grand que ou égale à

Si y est un entier et $y < 4$
alors y peut prendre les
valeurs suivantes : 0 ; 1 ; 2 ; 3

Si x est un entier et $x \geq 2$
alors x peut prendre les
valeurs suivantes : 2 ; 3 ; 4 ; ...

$$3 < 5$$

$$8 > 5$$

$$7 \leq 9$$

$$8 \geq 8$$

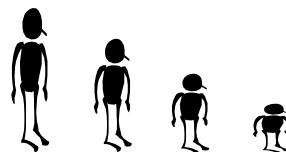
3 est strictement plus petit
que 5

8 est strictement plus grand
que 5

7 est plus petit ou égal à 9

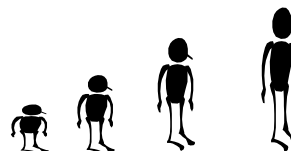
8 est supérieur ou égal à 8.

Ranger des nombres par ordre décroissant,
c'est les écrire du plus grand au plus petit



Rangeons les nombres 3 ; 11 ; 7 ; 5 par ordre croissant : $3 < 5 < 7 < 11$

Ranger des nombres par ordre croissant,
c'est les écrire du plus petit au plus grand



Rangeons les nombres 7 ; 9 ; 13 ; 2 par ordre décroissant : $13 > 9 > 7 > 2$