**Activité : en partant de la droite des milieux**

**Partie 1**



On dispose d’un triangle avec

* un point de tel que =
* un point de

1) a) Placer sur la figure le point I milieu de et le point J milieu de .

b) Montrer que et que = .

2) a) Montrer que et que est le milieu de .

b) En déduire que N est le milieu de .

c) En déduire que =

3) a) Montrer que =

b) En déduire que =

On a ainsi démontré que = =

**Partie 2**



On dispose d’un triangle avec

* un point de tel que =
* un point de

1) Placer le point milieu de et tracer la parallèle à passant par . Elle coupe le segment en et le segment en .

2) Montrer que est le milieu de et =

3) Montrer que est le milieu de et =

4) a) Montrer que est le milieu de .

b) Montrer que .

c) En déduire que est le milieu et =

d) En déduire que =

5) a) Montrer que

b) En déduire que =

On a ainsi démontré que = =

**Partie 3**

1) En vous inspirant des deux parties précédentes, avec quelles autres valeurs de pensez-vous être capable d’obtenir la même conclusion ?

2) Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

3) Comment pourriez-vous renforcer cette conjecture en utilisant Géogebra ?

**Partie 1 (Correction)**

1) a)

b) Montrer que et que = .

Dans le triangle , est le milieu de et le milieu de ,

D’après le théorème de la droite des milieux,

On a et =

2) a) Montrer que et que est le milieu de .

On a et

Or si deux droites sont parallèles à une même droite alors elles sont parallèles entre elles

Donc .

On a et

Donc , d’où

Les points , et étant alignés, on en déduit que est le milieu de .

b) En déduire que N est le milieu de .

Dans le triangle , et est le milieu de,

D’après la réciproque du théorème de la droite des milieux, est le milieu de .

c) En déduire que =

 et donc

D’où =

3) a) Montrer que =

Dans le triangle , est le milieu de et le milieu de ,

D’après le théorème de la droite des milieux,

On a =

b) En déduire que =

D’après les questions 3a) et 1b) : = et =

Donc = et ainsi = .**Partie 2 (Correction)**

1) a)

2) Montrer que est le
milieu de et =

Dans le triangle , et est le milieu de,

D’après la réciproque du théorème de la droite des milieux, est le milieu de .

D’après le théorème de la droite des milieux,

On a alors =

3) Montrer que est le milieu de et =

On procède de la même façon que dans la question précédente avec le triangle .

4) a) Montrer que est le milieu de .

On a donc

Or donc

Ainsi et les points , et sont alignés, on en déduit que est le milieu de .

b) Montrer que .

On a et

Or si deux droites sont parallèles à une même droite alors elles sont parallèles entre elles

Donc .

c) En déduire que est le milieu et =

Dans le triangle , et est le milieu de,

D’après la réciproque du théorème de la droite des milieux, est le milieu de .

D’après le théorème de la droite des milieux,

On a alors =

d) En déduire que =

On a et d’où .

On a donc et ainsi =

5) a) Montrer que

 et donc

b) En déduire que =

On a donc + = 2d’où

Ainsi = =