**Activité : démonstration de la réciproque
du théorème de Pythagore**



|  |  |
| --- | --- |
| **Réciproque du théorème de Pythagore** |  |
| Si dans un triangle le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors le triangle est rectangle. |

|  |
| --- |
| La **médiatrice d’un segment** est la droite perpendiculaire à un milieu passant par son milieu. |

|  |
| --- |
| **Equidistant :** à même distance de. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Médiatrice (propriétés)** |  |
| La médiatrice d’un segment est l’ensemble des points équidistants ce des extrémités.  |

On considère un triangle $ABC$ tel que $BC^{2}=AB^{2}+AC^{2}$.

Le point $D$ appartient à la perpendiculaire à la droite $\left(AB\right)$ passant par $A$ tel que $AB=AD$.
De plus les points $B$ et $D$ sont de part et d’autre de la droite $\left(AC\right)$.

La figure ci-dessous n’est pas à l’échelle.

**B**

**C**

**A**

**D**

1. Démontrer que $CD=CB$.
2. En déduire que $\left(AC\right)$ est la médiatrice de $\left[BD\right]$.
3. En déduire que le triangle $ABC$ est rectangle en $A$.

 **Correction**

1. Démontrer que $CD=CB$.

$ABD$ est un triangle rectangle

D’après le théorème de Pythagore

$$DC^{2}=AD^{2}+AC^{2}$$

Or $AD=AB$
$$CD^{2}=AB^{2}+AC^{2}$$

En utilisant la donnée de la consigne,

$$CD^{2}=CB^{2}$$

D’où $$

1. En déduire que $\left(AC\right)$ est la médiatrice de $\left[BD\right]$.

On a $CD=CB$, donc $C$ est équidistant de $D$ et $B$, donc $C$ appartient à la médiatrice de $\left[BD\right].$

On a $AD=AB$, donc $A$ est équidistant de $D$ et $B$, donc $A$ appartient à la médiatrice de $\left[BD\right].$

Ainsi $\left(AC\right)$ est la médiatrice de $\left[BD\right]$.

1. En déduire que le triangle $ABC$ est rectangle en $A$.

La médiatrice d’un segment est perpendiculaire à celui-ci.

$\left(AC\right)$ est donc perpendiculaire à $\left[BD\right]$.

$ABC$ est donc un triangle rectangle en $A$.