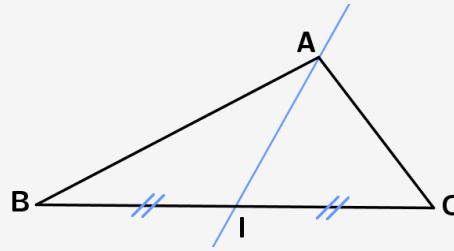


Dans un triangle ABC, la **médiane issue du sommet A** est la droite passant par A et passant par le milieu du côté opposé [BC].

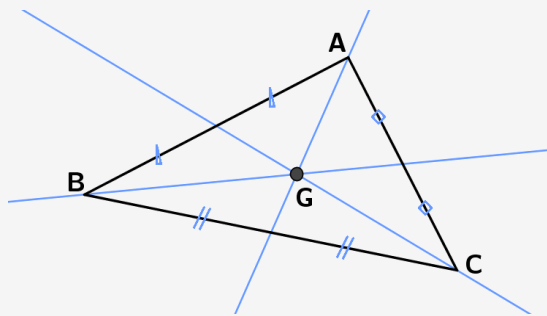


Remarque : pour tracer le milieu d'un segment à la règle et au compas, il faut construire la médiatrice du segment [BC] qui passe par son milieu I.

Centre de gravité

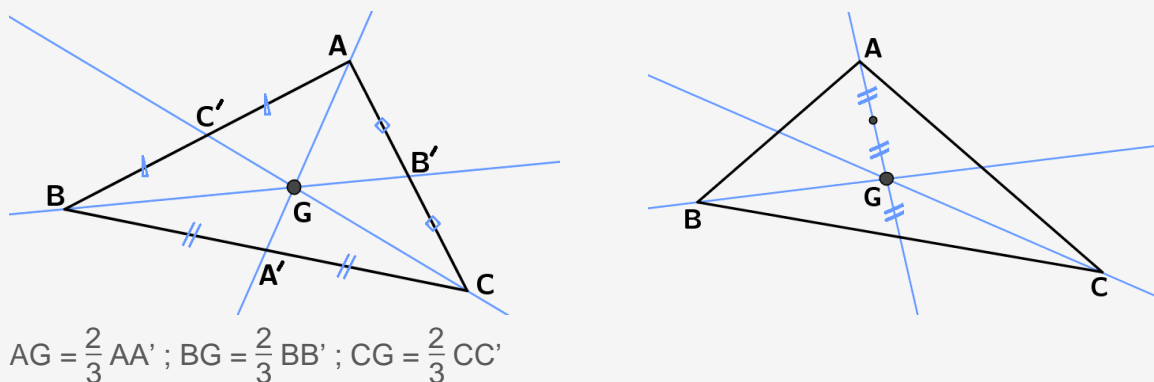
Les trois médianes d'un triangle sont concourantes en un unique point que l'on appelle le centre de gravité du triangle.

Remarque : le centre de gravité est toujours à l'intérieure du triangle



Position du centre de gravité

Le centre de gravité est situé aux deux tiers de la médiane en partant du sommet.

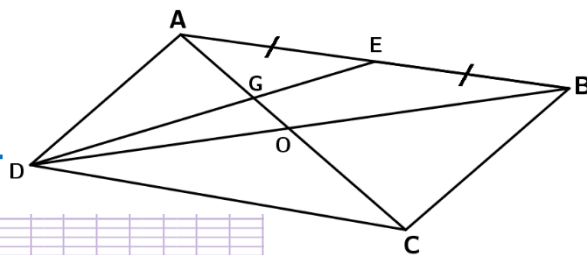


En physique, le centre de gravité G est aussi le point d'équilibre du triangle ABC. Si vous découpez un triangle dans du carton et cherchez à le faire tenir en équilibre sur une pointe de compas, il faudra placer la pointe exactement en G.

Exercice type 1

On a la figure ci-contre où ABCD est un parallélogramme.

- 1) Que représente [AO] pour le triangle ABD ?
- 2) Que représente le point G pour le triangle ABD ?
- 3) Démontrer que la droite (BG) coupe [AD] en son milieu.



1) ABCD est un parallélogramme

Or les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu

Donc O est le milieu de [BD]

Donc [AO] est la médiane de ABD issue de O.

2) [DE] et [AO] sont des médianes de ABD

Or les médianes d'un triangle sont concourantes,

Donc G est le centre de gravité de ABD.

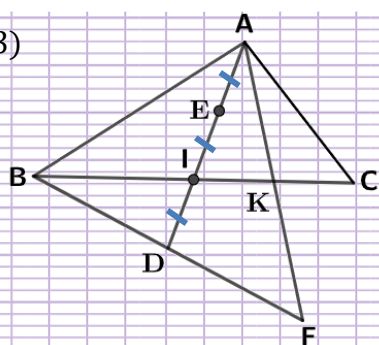
3) D'après la question précédente, on en déduit que (GB) est la troisième médiane de ADE, elle coupe donc [AD] en son milieu.

Exercice type 2

On considère un triangle ABC. On note I le milieu du segment [BC] et E le milieu du segment [AI].

- 1) Faire une figure
- 2) Tracer le point D, symétrique du point E par rapport au point I.
- 3) Tracer le point F, symétrique du point B par rapport au point D.
- 4) Que représente le point I pour le triangle BAF ?
- 5) Les segments [AF] et [BC] se coupent en un point K. Montrez que K est le milieu de [AF]

1)2)3)



4) I est le milieu de [ED] donc $EI = ID$

E est le milieu de [AI] donc $AE = EI$

Donc I est situé aux deux tiers de [AD].

I est donc le centre de gravité du triangle BAF.

5) D'après la question précédente, [BI] est la médiane de BAF issue de B.

Une médiane d'un triangle issue d'un sommet passe par le milieu du côté opposé.

Donc K est le milieu de [AF].



Giovanni Ceva (1647 – 1734) est un mathématicien italien très connu pour un important théorème de géométrie dans un triangle : le théorème de Ceva.

Dans un triangle ABC, une céviene issue de A est une droite passant par A et coupant le côté opposé. Une médiane est donc une céviene particulière, tout comme d'ailleurs une hauteur ou bissectrice d'un angle d'un triangle.

Le théorème de Ceva explique comment savoir si trois céviennes issues des trois sommets d'un triangle sont concourantes. Pour cela il suffit d'avoir la relation suivante :

$$\frac{BA'}{A'C} \times \frac{CB'}{B'A} \times \frac{AC'}{C'B} = 1$$

Le théorème de Ceva permet donc de démontrer très rapidement que les médianes d'un triangle sont concourantes. A vous de voir comment ...

