**Activité : démonstration de la concourance des médianes d’un triangle**

ABC est un triangle quelconque avec *I* le milieu de son coté *[AB]* et *J* le milieu de son côté *[AC]*.
Les médianes *(AJ)* et *(CI)* se coupent en *G*. *K* est le milieu de *[AC]*.

L’objectif de cette activité est de montrer que la médiane *(KB)* passe aussi par *G* et que le point *G* est situé aux deux tiers d’une médiane.



1. a) *N* est le symétrique de *G* par rapport à *I*. Placer le point sur la figure.

b) *M* est le symétrique de *G* par rapport à *J*. Placer le point sur la figure.

1. Montrer que *ANBG* est un parallélogramme.
2. Montrer que *GBMC* est un parallélogramme.
3. Montrer que *NACM* est un parallélogramme.
4. Montrer que *CG* = 2 *GI*
5. a) Montrer que *(KG)* et *(CM)* sont parallèles.

b) Montrer que *(BG)* et *(CM)* sont parallèles.

c) En déduire que *G* appartient à la médiane *(KB)*.

**Correction**

1. a) *N* est le symétrique de *G* par rapport à *I*. Placer le point.

b) *M* est le symétrique de *G* par rapport à *J*. Placer le point.

1. Montrer que *ANBG* est un parallélogramme.

*I* est le milieu de *[AB]* et de *[GN]*,

Or un quadrilatère qui a les diagonales qui se coupent en leur milieu est un parallélogramme,

Donc *ANBG* est un parallélogramme.

1. Montrer que *GBMC* est un parallélogramme.

*J* est le milieu de *[CB]* et de *[GM]*,

Or un quadrilatère qui a les diagonales qui se coupent en leur milieu est un parallélogramme,

Donc *GBMC* est un parallélogramme.

1. Montrer que *NACM* est un parallélogramme.

*ANBG* et *GBMC* est un parallélogramme

Or un parallélogramme a ses cotés opposés parallèles et de même longueur,

Donc on a d’une part *NA = BG* et *(NA)//(BG)* et d’autre part *BG = MC* et *(BG)//(MC)*.

On en déduit que *NA = MC* et *(NA)//(MC)*

Or un quadrilatère qui a deux cotés opposés parallèles et de même longueur est un parallélogramme,

Donc *NACM* est un parallélogramme.

1. Montrer que *CG* = 2 *GI*

*NACM* est un parallélogramme,
Or les diagonales d’un parallélogramme se coupent en leur milieu,

Donc *G* est le milieu de *[AM]* et donc *CG = GN*.
De plus, *GN = 2 GI* donc *CG = 2 GI*.

1. a) Montrer que *(KG)* et *(CM)* sont parallèles.

Dans le triangle *CAM*, *K* est le milieu de *[AC]* et *G* est le milieu de *[AM]*
D’après le théorème de la droite des milieux,

On a *(KG)*//*(CM).*

b) Montrer que *(BG)* et *(CM)* sont parallèles.

GBCM est un parallélogramme, donc ses côtés opposés sont parallèles et ainsi *(BG)*//*(CM).*

c) En déduire que *G* appartient à la médiane *(KB)*.

On a *(KG)*//*(CM)* et *(BG)*//*(CM)*

Or si deux droites sont parallèles, toute parallèle à l’une est parallèle à l’autre

Donc *(KG)// (BG)*Les deux droites ont un point commun donc *G*, *K* et *B* sont alignés.

*G* appartient donc à la médiane *(KB).*