

3 3 3 ANGLÉS INSCRITS ET AU CENTRE 3 3 3

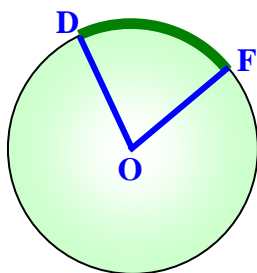
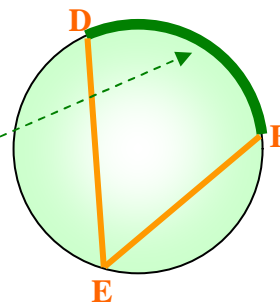
Emilien Suquet, suquet@automaths.com

I Vocabulaire

D, E et F sont trois points d'un cercle \mathcal{C} .

On dit alors que \widehat{DEF} est un angle inscrit dans le cercle \mathcal{C} .

L'arc de cercle \mathcal{C} d'extrémité D et F qui ne contient pas E est appelé arc de cercle intercepté par l'angle inscrit \widehat{DEF} .



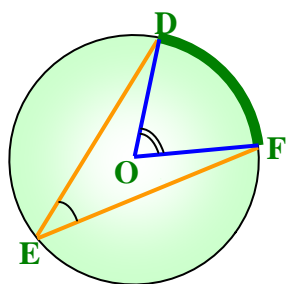
D et F sont deux points d'un cercle \mathcal{C} de centre O.

L'angle \widehat{DOF} (rentrant ou saillant) est appelé angle au centre de \mathcal{C} .

II Propriétés

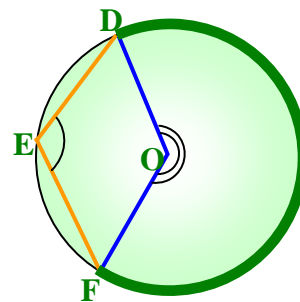
Dans un cercle, si un angle au centre et un angle inscrit interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle au centre est le double de celle de l'angle inscrit.

Démonstration : fait en Activité



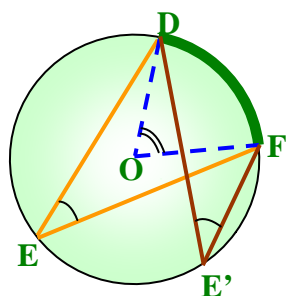
Pour les deux figures on a :

$$\widehat{DOF} = 2 \times \widehat{DEF}$$



De la propriété précédente, on en déduit deux autres :

Si deux angles inscrits dans un cercle interceptent le même arc, alors ces deux angles sont de même mesure.



Démonstration :

Deux angles inscrits \widehat{DEF} et $\widehat{DE'F}$ interceptent le même arc.

\widehat{DOF} est un angle au centre qui intercepte aussi cet arc.

$$\text{On a donc } \widehat{DEF} = \frac{\widehat{DOF}}{2} \text{ et } \widehat{DE'F} = \frac{\widehat{DOF}}{2}$$

$$\text{Donc } \widehat{DEF} = \widehat{DE'F}$$

Si DEF est inscrit dans un cercle \mathcal{C} de diamètre [DE] alors le triangle DEF est rectangle en F.

Démonstration :

DEF est un triangle inscrit dans le cercle \mathcal{C}

Donc \widehat{DEF} est un angle inscrit dans le cercle \mathcal{C}

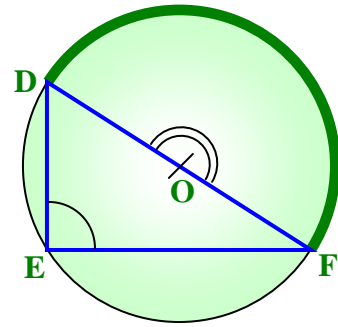
\widehat{DOF} est un angle au centre qui intercepte le même arc que \widehat{DEF}

$$\text{Donc } \widehat{DEF} = \frac{\widehat{DOF}}{2}$$

Comme \widehat{DOF} est plat,

On a $\widehat{DEF} = 90^\circ$

DEF est bien un triangle rectangle



Remarque : il est souhaitable de réviser les cours de 4^{ème} et 5^{ème} sur les angles lors de ce chapitre